GODIŠNJI ISPIT ZNANJA IZ **MATEMATIKE**

3. RAZRED

OPĆE, JEZIČNE I KLASIČNE GIMNAZIJE

GRUPA **A**

____

(IME I PREZIME)

____

(RAZRED, ŠKOLA)

1. 1 bod	Izračunajte bez uporabe računala: $\sin\frac{\pi}{7}\cdot\cos\frac{8\pi}{7}-\cos\frac{\pi}{7}\cdot\sin\frac{8\pi}{7}=$
2. 1 bod	Za vektore $\vec{a}=3\vec{i}-4\vec{j}$ i $\vec{b}=15\vec{i}-8\vec{j}$ odredite $\left\|\vec{a}-\vec{b}\right\|$.

3. 1 bod	Kako glasi jednadžba pravca koji prolazi ishodištem i s pozitivnim dijelom osi *x* zatvara kut od 135°.
4. 1 bod	Središte kružnice je u točki *S*(3,-2). Kako glasi njena jednadžba ako ona dira os *x*?
5. 2 boda	U nekome je trokutu $\sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma = 7 : 8 : 9$. Koliki je kut β?

6. 2 boda	Odredite kut između tangenata kružnice $x^2 + y^2 = 25$ u njezinim točkama s apscisom 3.
7. 2 boda	Dokažite identitet: $\frac{\cos^4 x - \sin^4 x}{\sin 4x} = \frac{\text{tg}2x \cdot \text{ctg}2x}{2\sin 2x}$.

8. 2 boda	U pravokutnome je trokutu zadana kateta $a = 23.5$ cm i kut $\alpha = 18°$. Izračunajte duljinu simetrale pravoga kuta tog trokuta.
9. 2 boda	Odredite kut α između vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{CD}$ ako je $A(-2,5), B(6,1), C(2,-2), D(4,2)$.

10. 2 boda	Odredite duljinu visine na stranicu b u trokutu ABC, ako je $A(-1,-3), B(3,1), C(0,3)$.
11. 3 boda	Riješite jednadžbu $\sin 4x = \sin 2x$.

12. 3 boda	Zadana su dva pravca $2x - my + 5 = 0$ i $4x - 3y + 1 = 0$. Nađite takav m da se pravci sijeku pod kutom od 45°.

1. $\sin\frac{\pi}{7}\cdot\cos\frac{8\pi}{7} - \cos\frac{\pi}{7}\cdot\sin\frac{8\pi}{7} = \sin\left(\frac{\pi}{7} - \frac{8\pi}{7}\right) = \sin(-\pi) = 0$ **(1b)**

2. $\left|\vec{a} - \vec{b}\right| = \left|3\vec{i} - 4\vec{j} - 15\vec{i} + 8\vec{j}\right| = \left|-12\vec{i} + 4\vec{j}\right| = \sqrt{144 + 16} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$ **(1b)**

3. $k = tg135^\circ = -1 \Rightarrow y = kx \Rightarrow y = -x$ **(1b)**

4. $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 4$ **(1b)**

5. $a = 7k, b = 8k, c = 9k$ **(1b)** $\cos\beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{66k^2}{126k^2} = \frac{11}{21} \Rightarrow \beta = 58^\circ 24'43''$ **(1b)**

6. $9 + y^2 = 25 \Rightarrow y = \pm 4 \Rightarrow T_1(3,4), T_2(3,-4)$

   $xx_1 + yy_1 = r^2 \Rightarrow 3x + 4y = 25, 3x - 4y = 25, k_{1,2} = \pm\frac{3}{4}$ **(1b)**

$tg\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} = \frac{24}{7} \Rightarrow \varphi = 73^\circ 44'23''$ **(1b)**

7. $\frac{(\cos^2 x-\sin^2 x)(\cos^2 x+\sin^2 x)}{2\cdot\sin 2x\cdot\cos 2x}=\frac{1}{2\cdot\sin 2x}$ **(1b)** $\frac{\cos 2x}{2\cdot\sin 2x\cdot\cos 2x}=\frac{1}{2\cdot\sin 2x}$ **(1b)**

8. $\mathrm{tg}\alpha=\frac{a}{b}\Rightarrow b=\frac{a}{\mathrm{tg}\alpha}=72.32556$ $\varepsilon=180^\circ-45^\circ-18^\circ=117^\circ$ **(1b)**

$\frac{b}{\sin\varepsilon}=\frac{s_\gamma}{\sin 18^\circ}\Rightarrow s_\gamma=\frac{b\cdot\sin 18^\circ}{\sin 117^\circ}=25.08$ **(1b)**

9. $\vec{a}=(6+2)\vec{i}+(1-5)\vec{j}=8\vec{i}-4\vec{j}$ $\vec{b}=(4-2)\vec{i}+(2+2)\vec{j}=2\vec{i}+4\vec{j}$ **(1b)**

$\cos\alpha=\frac{8\cdot 2-4\cdot 4}{\sqrt{64+16}\cdot\sqrt{4+16}}=\frac{0}{40}=0\Rightarrow\alpha=90^\circ$ **(1b)**

10. $AC........y+3=\frac{3+3}{0+1}(x+1)\Rightarrow 6x-y+3=0$ **(1b)** $v_b=\frac{|6\cdot 3-1+3|}{\sqrt{36+1}}=\frac{20}{\sqrt{37}}\cdot\frac{\sqrt{37}}{\sqrt{37}}=\frac{20\sqrt{37}}{37}$ **(1b)**

11. $\sin 4x-\sin 2x=0\Rightarrow 2\sin 2x\cos 2x-\sin 2x=0\Rightarrow\sin 2x(2\cos 2x-1)=0$ **(1b)**

$\sin 2x=0\Rightarrow 2x=k\pi\Rightarrow x=\frac{k\pi}{2},k\in Z$ **(1b)**

$2\cos 2x-1=0\Rightarrow\cos 2x=\frac{1}{2}\Rightarrow 2x=\pm\frac{\pi}{3}+2k\pi\Rightarrow x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in Z$ **(1b)**

12. $2x-my+5=0\Rightarrow y=\frac{2}{m}x+\frac{5}{m},4x-3y+1=0\Rightarrow y=\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}$ **(1b)**

$\left|\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}\right|=tg45^\circ\Rightarrow\left|\frac{\frac{4}{3}-\frac{2}{m}}{1+\frac{4}{3}\cdot\frac{2}{m}}\right|=1\Rightarrow\left|\frac{4m-6}{3m+8}\right|=1\Rightarrow\frac{4m-6}{3m+8}=1\Rightarrow m=14$ **(1b)**

ili $\frac{4m-6}{3m+8}=-1\Rightarrow m=-\frac{2}{7}$ **(1b)**