GODIŠNJI ISPIT ZNANJA IZ **MATEMATIKE**

3. RAZRED

OPĆE, JEZIČNE I KLASIČNE GIMNAZIJE

GRUPA **B**

____

(IME I PREZIME)

____

(RAZRED, ŠKOLA)

1. 1 bod	Izračunajte bez uporabe računala: $\cos\frac{7\pi}{8}\cdot\cos\frac{3\pi}{8}+\sin\frac{7\pi}{8}\cdot\sin\frac{3\pi}{8}=$
2. 1 bod	Odredite $\left\lvert 2\vec{a}+\vec{b}\right\rvert$, ako je $\vec{a}=\vec{i}-2\vec{j}$ i $\vec{b}=4\vec{i}+\vec{j}$.

3. 1 bod	Odredite jednadžbu pravca koji prolazi točkom $A(4,5)$ i s pozitivnim dijelom osi x zatvara kut od 45°.
4. 1 bod	Nađite jednadžbu kružnice koja dira os y, a središte joj je u točki $S(-4,3)$.
5. 2 boda	Omjer dviju stranica u nekom trokutu je $\sqrt{3}:1$. Odredite kutove nasuprot tih stranica ako je jedan od njih dvostruko veći od drugoga.

6. 2 boda	Odredite jednadžbu tangente na kružnicu $x^2 + y^2 - 8x + 14 = 0$ u točki $D(3, y > 0)$.
7. 2 boda	Dokažite identitet: $\frac{\cos 2x}{\text{tg}2x \cdot (\text{ctg}2x + \cos 2x)} = \frac{\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x}$.

8. 2 boda	U pravokutnome je trokutu zadana hipotenuza $c = 36.8\,\text{cm}$ i kut $\alpha = 36^\circ$. Odredite duljinu simetrale pravoga kuta tog trokuta.
9. 2 boda	Odredite apscisu točke $A(x,-2)$ ako su vektori $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{CD}$ okomiti i ako je $B(4,2), C(-2,5), D(6,1)$.

10. 2 boda	U trokutu *ABC* je $A(3,1), B(11,4), C(7,10)$. Odredite duljinu visine na stranicu *a* tog trokuta.
11. 3 boda	Odredite rješenja jednadžbe $\cos 2x + \sin x = 0$ na intervalu $[0, 2\pi]$.

12. 3 boda	Zadani su pravac $y=\frac{3}{2}x-4$ i točka $T\left(2,4\right)$. Odredite jednadžbu pravca točkom T, tako da on sa zadanim pravcem čini kut od 45°.

1. $\cos\frac{7\pi}{8}\cdot\cos\frac{3\pi}{8}+\sin\frac{7\pi}{8}\cdot\sin\frac{3\pi}{8}=\cos\left(\frac{7\pi}{8}-\frac{3\pi}{8}\right)=\cos\frac{\pi}{2}=0$ **(1b)**

2. $\left|2\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|2\vec{i}-4\vec{j}+4\vec{i}+\vec{j}\right|=\left|6\vec{i}-3\vec{j}\right|=\sqrt{36+9}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ **(1b)**

3. $k=tg45^\circ=1, y-y_1=k\left(x-x_1\right)\Rightarrow y-5=1\left(x-4\right)\Rightarrow x-y+1=0$ **(1b)**

4. $\left(x+4\right)^2+\left(y-3\right)^2=16$ **(1b)**

5. $a:b=\sqrt{3}:1\Rightarrow a=b\sqrt{3},\alpha=2\beta\Rightarrow a=\frac{b\sin\alpha}{\sin\beta}\Rightarrow b\sqrt{3}=\frac{b\sin2\beta}{\sin\beta}\Rightarrow\cos\beta=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\beta=30^\circ,\alpha=60^\circ$ **(2b)**

6. $x^2+y^2-8x+14=0\Rightarrow\left(x-4\right)^2+y^2=2$

   $9+y^2-24+14=0\Rightarrow y^2=1\Rightarrow y=1\Rightarrow D\left(3,1\right)$ **(1b)**

$\left(x-p\right)\left(x_1-p\right)+\left(y-q\right)\left(y_1-q\right)=r^2\Rightarrow$

$\left(x-4\right)\left(3-4\right)+y=2\Rightarrow x-y-2=0$ **(1b)**

7. $\frac{\cos 2x}{\mathrm{tg}2x\cdot\mathrm{ctg}2x+\mathrm{tg}2x\cdot\cos 2x}=\frac{\cos 2x}{1+\frac{\sin 2x}{\cos 2x}\cdot\cos 2x}=\frac{\cos^2 x-\sin^2 x}{(\sin x+\cos x)^2}=\frac{\cos x-\sin x}{\sin x+\cos x}$ **(2b)**

8. $\cos\alpha=\frac{b}{c}\Rightarrow b=36.8\cdot\cos 36^\circ=29.772$ $\varepsilon=180^\circ-45^\circ-36^\circ=99^\circ$ **(1b)**

$\frac{s_\gamma}{\sin 36^\circ}=\frac{b}{\sin 99^\circ}\Rightarrow s_\gamma=\frac{b\cdot\sin 36^\circ}{\sin 99^\circ}=17.72$ **(1b)**

9. $\vec{a}=(4-x)\vec{i}+4\vec{j}$ $\vec{b}=(6+2)\vec{i}+(1-5)\vec{j}=8\vec{i}-4\vec{j}$ **(1b)**

$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0\Rightarrow a_x b_x+a_y b_y=0\Rightarrow(4-x)\cdot 8+4\cdot(-4)=0\Rightarrow x=2\Rightarrow A(2,-2)$ **(1b)**

10. $BC.......y-4=\frac{10-4}{7-11}(x-11)\Rightarrow y-4=-\frac{3}{2}x+\frac{33}{2}\Rightarrow 3x+2y-41=0$ **(1b)**

$v_a=\frac{|3\cdot 3+2\cdot 1-41|}{\sqrt{9+4}}=\frac{30}{\sqrt{13}}\cdot\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}}=\frac{30\sqrt{13}}{13}$ **(1b)**

11. $\cos 2x+\sin x=0\Rightarrow\cos^2 x-\sin^2 x+\sin x=0\Rightarrow 1-\sin^2 x-\sin^2 x+\sin x=0$ **(1b)**

$-2\sin^2 x+\sin x+1=0\Rightarrow(\sin x)_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1+8}}{-4}=\frac{-1\pm 3}{-4}$ **(1b)**

$(\sin x)_1=1,(\sin x)_2=-\frac{1}{2}\Rightarrow x_1=\frac{\pi}{2},x_2=\frac{7\pi}{6},x_3=\frac{11\pi}{6}$ **(1b)**

12. $k_1=\frac{3}{2}\Rightarrow\left|\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}\right|=tg45^\circ\Rightarrow\left|\frac{k_2-\frac{3}{2}}{1+\frac{3}{2}k_2}\right|=1\Rightarrow\left|k_2-\frac{3}{2}\right|=\left|1+\frac{3}{2}k_2\right|$ **(1b)**

$k_2-\frac{3}{2}=1+\frac{3}{2}k_2\Rightarrow(k_2)_1=-5$ ili $k_2-\frac{3}{2}=-1-\frac{3}{2}k_2\Rightarrow(k_2)_2=\frac{1}{5}$ **(1b)**

$p_1....y-4=-5(x-2)\Rightarrow 5x+y-14=0,$ $p_2....y-4=\frac{1}{5}(x-2)\Rightarrow x-5y+18=0$ **(1b)**